УДК 519.876.2, 65.011.56
doi:10.21685/2072-3059-2022-1-2

Мощность энтропийно-параметрического критерия проверки статистических гипотез для систем управления и обработки информации

В. Г. Полосин

Пензенский государственный университет, Пенза, Россия
polosin-vitalij@yandex.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Применение энтропийно-параметрического критерия в качестве решающего правила предполагает возникновение ошибок второго рода, способных нанести существенный материальный ущерб в технических, медицинских, информационно-измерительных и управляющих системах. Для предотвращения ошибок второго рода необходимо априорно оценить способность энтропийно-параметрического критерия выявить незначительные эффекты и изменения состояния объекта. Цель работы состоит в оценке мощности энтропийно-параметрического критерия, учитывающего информационные и вероятностные свойства выборок результатов измерений. *Материалы и методы.* Теоретическую и методологическую основу исследований составил анализ энтропийно-параметрического критерия в пространстве центрированных относительно конкурирующей гипотезы оценок коэффициента энтропии и контрэксцесса, приведенных к их среднеквадратическим отклонениям. *Результаты.* В результате геометрической интерпретации взаимного расположения гипотез получены математические выражения для расчета вероятности появления ошибки второго рода и мощности энтропийно-параметрического критерия в зависимости от положения нулевой гипотезы в центрированном пространстве конкурирующей гипотезы. *Выводы.* Показано, что в анизотропном пространстве приведенных оценок энтропийного коэффициента и контрэксцесса, центрированного относительно альтернативной гипотезы, мощность энтропийного критерия зависит от направления положения нулевой гипотезы. Даны рекомендации по выбору вероятности совершения ошибки второго рода, ограничивающей область, в которой нулевая гипотеза признается неверной с вероятностью 80 %.

Ключевые слова: коэффициент энтропии, контрэксцесс, энтропийно-параметрический критерий, пространство приведенных центрированных оценок, нулевая и альтернативная гипотеза, статистическая мощность критерия

Для цитирования: Полосин В. Г. Мощность энтропийно-параметрического критерия проверки статистических гипотез для систем управления и обработки информации // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2022. № 1. С. 20–31. doi:10.21685/2072-3059-2022-1-2

The power of the entropy-parametric criterion for testing statistical hypotheses in control systems and information processing

V.G. Polosin

Penza State University, Penza, Russia
polosin-vitalij@yandex.ru

Abstract. *Background.* The use of the entropy-parametric criterion as a decisive rule implies the occurrence of errors of the second kind, capable of causing substantial material damage in technical, medical, information-measuring and control systems. To prevent errors of the second kind, it is necessary to a priori assess the ability of the entropy-parametric criterion to detect minor effects and changes in the state of an object. The purpose of the work is to estimate the power of the entropy – parametric criterion, which takes into account the informational and probabilistic properties of the samples of measurement results. *Materials and methods.* The theoretical and methodological basis of the research is an analysis of the entropy-parametric criterion in space centered relative to the competing hypothesis of the estimates of the entropy coefficient and the counter-process, given to their standard deviations. *Results.* As a result of the geometric interpretation of the mutual arrangement of hypotheses, mathematical expressions are obtained for calculating the probability of an error of the second kind and the power of the entropy – parametric criterion depending on the position of the null hypothesis in the centered space of the competing hypothesis. *Conclusions.* It is shown that in the anisotropic spaces of the above estimates of the entropy coefficient and the counter-process centered on the alternative hypothesis, the power of the entropy criterion depends on the direction of the position of the null hypothesis. Recommendations are given on the choice of the probability of making a second kind of error, limiting the area in which the null hypothesis is considered invalid with a probability of 80 %.

Keywords: the coefficient of entropy, anti-kurtosis, entropy parametric criterion, space of reduced centered estimates, the null and alternative hypothesis, statistical power of the criterion

For citation: Polosin V.G. The power of the entropy-parametric criterion for testing statistical hypotheses in control systems and information processing. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Engineering sciences.* 2022;(1):20–31. (In Russ.). doi:10.21685/2072-3059-2022-1-2

Введение

Благодаря развитию информационных технологий статистические методы системного анализа находят широкое распространение при исследовании сложных объектов. Результат системных исследований, как правило, направлен на выбор вполне определенной альтернативы при моделировании сигналов системы или принятии управленческих решений. Правомерность гипотетической модели статистического распределения для массива значений наблюдаемых параметров объекта устанавливается на основе сравнительного анализа результатов экспериментальных исследований и модели статистического распределения. Задача проверки гипотез связана с вычислением вероятности совершения ошибки первого и второго рода на основе оценки критериев по выборке результатов случайных значений, точное или приближенное распределение которых известно [1–3].

Задачи статистического моделирования при проведении физических и технических исследований связаны с анализом закономерностей распределений результатов измерений, содержащих наиболее полную информацию о характере и природе предмета наблюдения. Форма принятой гипотетической модели распределения результатов, с одной стороны, указывает на происхождение влияющих факторов и, следовательно, причины разброса результатов, с другой – отражает внутреннее строение самого объекта [4, 5].

Объединение параметрической и информационной неопределенностей при анализе статистических распределений позволило разработать энтропийно-параметрический критерий оценки правомерности распределений в пространстве энтропийного коэффициента и контрэксцесса для проверки моделей на основе вероятностных распределений [6]. Для формирования уровня значимости энтропийно-параметрического критерия справедливости гипотез использовано пространство приведенных центрированных оценок коэффициента энтропии и параметра контрэксцесса вблизи положения нулевой гипотезы H_0 [6, 7].

При установлении справедливости статистических моделей достаточно часто более существенны последствия ошибки второго рода, состоящей в принятии неверной нулевой гипотезы H_0 при справедливой конкурирующей гипотезе H_1. Вероятность совершения ошибки второго рода β определена распределением конкурирующей гипотезы и положением области принятия нулевой гипотезы. В этих случаях приоритет принятия решения возлагается на статистическую мощность критерия (1 – β), равную вероятности отклонения основной (нулевой) гипотезы в случае, когда верна конкурирующая альтернативная гипотеза [8–10]. Чем выше мощность статистического критерия, тем меньше вероятность совершить ошибку второго рода и выше надежность принятия правильного решения. Мощность критерия – это вероятность различения альтернативной гипотезы H_1, если гипотеза верна, или вероятность правильного отклонения нулевой гипотезы H_0 [11]. Для оценки ошибки второго рода при использовании энтропийно-параметрического критерия необходимо определение мощности критерия, что определяет актуальность проводимого исследования.

Пространство приведенных центрированных оценок энтропийного коэффициента и параметра контрэксцесса конкурирующей гипотезы

Уравнение кривой, ограничивающей область принятия нулевой гипотезы с доверительной вероятностью (1 – α) в пространстве приведенных оценок ξ и η энтропийного коэффициента $k_э$ и параметра контрэксцесса κ, центрированных относительно нулевой гипотезы, имеет вид

$$\xi_\alpha^2 + \eta_\alpha^2 = r_\alpha^2 b^{-2}, \qquad (1)$$

где ξ_α и η_α – переменные кривой в пространстве приведенных центрированных оценок ξ и η энтропийного коэффициента и контрэксцесса нулевой гипотезы:

$$\xi = \frac{k_э - k_{э0}}{S(k_э)}, \quad \eta = \frac{\kappa - \kappa_0}{S(\kappa)},$$

здесь $k_{э0}$ и κ_0 – коэффициенты энтропии и контрэсцесса для нулевой гипотезы H_0; $S(k_э)$ и $S(\kappa)$ – среднее квадратическое отклонение оценок коэффициента энтропии и контрэксцесса [12]:

$$S(k_э) = \frac{0{,}9}{\kappa k_э^2 \sqrt{k_э n}}; \qquad (2,a)$$

$$S(\kappa) = \kappa \frac{\sqrt[4]{\left(\varepsilon^2 - 1\right)^3}}{\sqrt{29 \cdot n}}. \qquad (2,б)$$

Положение выборки результатов в пространстве приведенных центрированных оценок ξ' и η' конкурирующей гипотезы задано с помощью случайной величины модуля радиуса-вектора r' положения выборки результатов относительно положения альтернативной гипотезы:

$$r' = \sqrt{(\xi')^2 + (\eta')^2}\ . \tag{3}$$

Формулы для расчета приведенных оценок ξ' и η', центрированных относительно положения конкурирующей гипотезы H_1, имеют вид

$$\xi' = \frac{k_э - k_{э1}}{S(k_{э1})},\ \eta' = \frac{\kappa - \kappa_1}{S(\kappa_1)}, \tag{4}$$

здесь $S(k_{э1})$ и $S(\kappa_1)$ – средние квадратические погрешности коэффициента энтропии $k_{э1}$ и контрэксцесса κ_1 для конкурирующей гипотезы, рассчитанные в координатном пространстве оценок коэффициента энтропии $k_э$ и контрэксцесса κ_1, заданного соответственно выражениями (2,*а*) и (2,*б*).

Приведенные координаты ξ и η пространства, центрированного относительно нулевой гипотезы, и приведенные координатами ξ' и η' пространства, центрированного относительно конкурирующей гипотезы, связаны соотношениями вида

$$\xi = \frac{S(k_{э1})}{S(k_{э0})}(\xi' - \xi'_0),\ \eta = \frac{S(\chi_{э1})}{S(\chi_{э0})}(\eta' - \eta'_0), \tag{5}$$

здесь $S(k_{э0})$ и $S(\chi_0)$ – средние квадратические погрешности энтропийного коэффициента $k_{э0}$ и контрэксцесса χ_0 нулевой гипотезы соответственно; ξ'_0 и η'_0 – приведенные координаты положения нулевой гипотезы в пространстве, центрированном относительно положения альтернативной гипотезы, найденные с помощью выражений (4).

Геометрическая интерпретация относительного положения гипотез

В пространстве, центрированном относительно альтернативной гипотезы H_1, область принятия нулевой гипотезы H_0 с вероятностью $(1 - \alpha)$ ограничена замкнутой кривой, заданной переменными ξ'_α и η'_α. Выразив из соотношений (5) переменные ξ_α и η_α кривой, ограничивающей область принятия решения в пространстве нулевой гипотезы, через переменные ξ'_α и η'_α той же кривой пространства альтернативной гипотезы, и подставив полученные соотношения в уравнение окружности (1), получим уравнение эллипса, ограничивающего область принятия нулевой гипотезы в пространстве координат ξ' и η' альтернативной гипотезы вида

$$\frac{(\xi'_\alpha - \xi'_0)^2}{A^2} + \frac{(\eta'_\alpha - \eta'_0)^2}{B^2} = r_\alpha^2, \tag{6}$$

где A и B – параметры эллипса, определяемые отношением средних квадратических отклонений (СКО) энтропийных коэффициентов и отношением СКО контрэксцессов нулевой гипотезы H_0 к альтернативной H_1:

$$A = \frac{S(k_{э0})}{S(k_{э1})},\ B = \frac{S(\chi_0)}{S(\chi_1)}.$$

Из полученного уравнения (6) следует, что оси эллипса параллельны координатным осям $O'\xi'$ и $O'\eta'$ пространства, центрированного относительно альтернативной гипотезы, причем значения полуосей эллипса $\Delta\xi'_\alpha$ и $\Delta\eta'_\alpha$ в пространстве координат ξ' и η' конкурирующей гипотезы пропорциональны критерию r_α:

$$\Delta\xi'_\alpha = A \cdot r_\alpha,\ \Delta\eta'_\alpha = B \cdot r_\alpha. \tag{7}$$

При малых относительных смещениях нулевой H_0 и альтернативной H_1 гипотез друг относительно друга ($r'_0 << 1$) СКО оценок приведенных оценок будут равны. В этом случае кривая, ограничивающая область принятия нулевой гипотезы в центрированном относительно альтернативной гипотезы пространстве оценок ξ' и η', примет форму окружности, радиус которой будет равен энтропийному критерию r_α. По мере увеличения расстояния между нулевой и альтернативной гипотезами увеличивается разница между СКО оценок нулевой и конкурирующей гипотез, что обусловливает сжатие или растяжение всей области принятия решений в соответствии с выражением (7). Значения модуля радиус-вектора r'_0 и угла φ'_0 положения нулевой гипотезы в пространстве альтернативной гипотезы связаны с коэффициентами энтропий $k_{э0}$ и $k_{э1}$, контрэксцессами κ_0 и κ_1 нулевой и альтернативной гипотез с помощью выражений:

$$r'_0 = \sqrt{\left(\frac{k_{э0} - k_{э1}}{S(k_{э1})}\right)^2 + \left(\frac{\kappa_0 - \kappa_1}{S(\kappa_1)}\right)^2},\ \ \varphi'_0 = \operatorname{arctg}\left(A \cdot \frac{k_{э0} - k_{э1}}{\kappa_0 - \kappa_1}\right). \tag{8}$$

На рис.1,***а*** дано положение нулевой гипотезы в пространстве альтернативной гипотезы. Область принятия альтернативной гипотезы в пространстве оценок ξ' и η' имеет форму круга, радиус которого равен критерию r_α уровня значимости α. Так как СКО контрэксцесса с увеличением его значения уменьшается быстрее, чем СКО коэффициента энтропии, то область принятия нулевой гипотезы в третьей четверти координатного пространства альтернативной гипотезы приобретает сжатие по оси ξ'.

Несмотря на то, что радиусы круговых областей принятия нулевой и альтернативной гипотез в центрированных относительно этих же гипотез координатных пространствах равны значению критерия r_α, в пространстве альтернативной гипотезы происходит деформация области принятия нулевой гипотезы с изменением ее площади, причем общая площадь эллиптической области принятия решения нулевой гипотезы в первой и четвертой четвертях пространства альтернативной гипотезы уменьшается (рис. 1,***б***) и увеличивается во второй и третьей четвертях того же пространства (рис. 1,***а***).

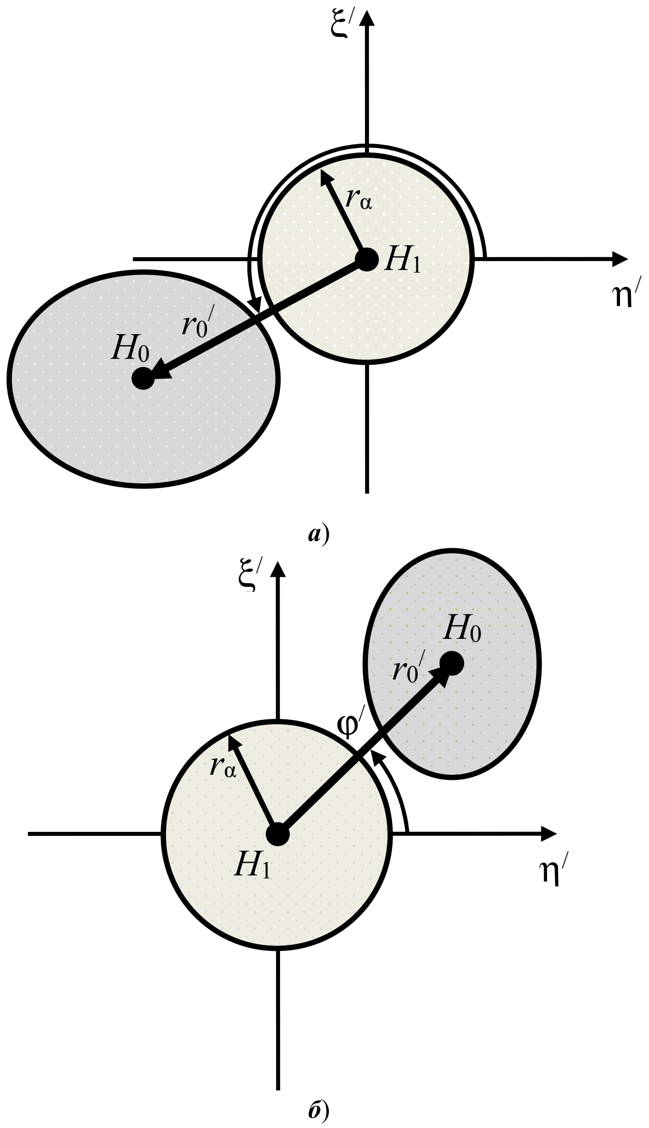

Рис. 1. Положение гипотез в пространстве конкурирующей гипотезы

Следует отметить еще одну особенность пространства альтернативной гипотезы, состоящую в том, что вероятность распределения расстояния r' от центра пространства, заданного положением альтернативной гипотезы, до положения выборки результатов, соответствующих альтернативной гипотезе, подобно распределению случайных величин r модуля расстояния от центра пространства нулевой гипотезы до положения выборки результатов, соответствующих нулевой гипотезе. В этой связи для случайной величины модуля расстояния r' в пространстве альтернативной гипотезы будет справедливо двухпараметрическое распределение Вейбулла – Гнеденко [6, 7]. Для приведенных центрированных оценок ξ' и η' выборок результатов, соответствующих альтернативной гипотезе, применим нормальный закон распределения.

Мощность энтропийно-параметрического критерия

При сравнении пространств следует отметить еще одну особенность этих пространств, состоящую в том, что распределение в пространстве координат ξ и η возможных положений выборок результатов, соответствующих нулевой гипотезе, и распределение в пространстве координат ξ' и η' выборок результатов, удовлетворяющих альтернативной гипотезе, имеют одинаковые закономерности. Проводя аналогию пространств, запишем вероятность $\Delta P(\xi',\eta')$ попадания гипотетической реализации, принадлежащей альтернативной гипотезе H_1, в элементарную область площадью $(\Delta\xi'\cdot\Delta\eta')$ и координатами ξ' и η':

$$\Delta P(\xi',\eta') = \frac{1}{2\pi}\cdot e^{-\frac{1}{2}\left((\xi')^2+(\eta')^2\right)}. \quad (9)$$

Суммируя полученные вероятности по всей эллиптической области принятия решения о справедливости нулевой гипотезы, запишем интегральное выражение для определения вероятности возникновения ошибки второго рода β при использовании энтропийного критерия r_α:

$$\beta = \int\limits_{-\Delta\eta'_\alpha}^{\Delta\eta'_\alpha}\int\limits_{(\xi'_{\text{н}}(\eta'_\alpha)-\xi'_0)}^{(\xi'_{\text{в}}(\eta'_\alpha)-\xi'_0)} \frac{1}{2\pi}\cdot e^{-\frac{(\xi'_\alpha+\xi'_0)^2+(\eta'_\alpha+\eta'_0)^2}{2}} d\xi'\cdot d\eta'. \quad (10)$$

Для вычисления вероятности возникновения ошибки второго рода при использовании энтропийно-параметрического критерия удобно использовать интегрирование относительно одной переменной:

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\Delta\eta'_\alpha}^{\Delta\eta'_\alpha} e^{-\frac{(\eta'_\alpha+\eta'_0)^2}{2}}\cdot\left(\Phi_0\left(\xi'_0 + A\cdot B^{-1}\cdot\left|\sqrt{B^2r_\alpha^2-(\eta'_\alpha)^2}\right|\right)-\right.$$

$$\left.-\Phi_0\left(\xi'_0 - A\cdot B^{-1}\cdot\left|\sqrt{B^2r_\alpha^2-(\eta'_\alpha)^2}\right|\right)\right)d\eta'_\alpha, \quad (11)$$

здесь $\Phi_0(x)$ – функция Лапласа.

Координаты ξ'_0 и η'_0 положения нулевой гипотезы в пространстве альтернативной гипотезы удобно задавать в полярных координатах модуля радиус-вектора r'_0 и угла положения φ'_0:

$$\xi'_0 = r'_0\cdot\sin(\varphi'_0),$$

$$\eta'_0 = r'_0\cdot\cos(\varphi'_0). \quad (12)$$

Подстановка выражений (12), связывающих декартовы и полярные координаты положения нулевой гипотезы, в интегральное выражение (11) позволяет построить зависимости ошибки второго рода β от изменения расстояния r_0' и угла φ_0' положения нулевой гипотезы в пространстве альтернативной гипотезы. Графики зависимостей для вероятности β возникновения ошибки второго рода при использовании энтропийного критерия r_α от расстояния r_0' между гипотезами, определяемого в пространстве альтернативной гипотезы, даны на рис. 2. Графики получены с помощью численного интегрирования выражения (11). В качестве нулевой гипотезы, используемой при расчете графиков на рис. 2, была принята гипотеза о распределении Лапласа с известными коэффициентом энтропии и контрэксцессом, равными 1,92 и 0,408 соответственно. Графики построены при фиксированных углах φ_0' и четырех уровнях значимости: $\alpha_1 = 0{,}1\ \%$, $\alpha_2 = 5\ \%$, $\alpha_3 = 20\ \%$ и $\alpha_4 = 50\ \%$.

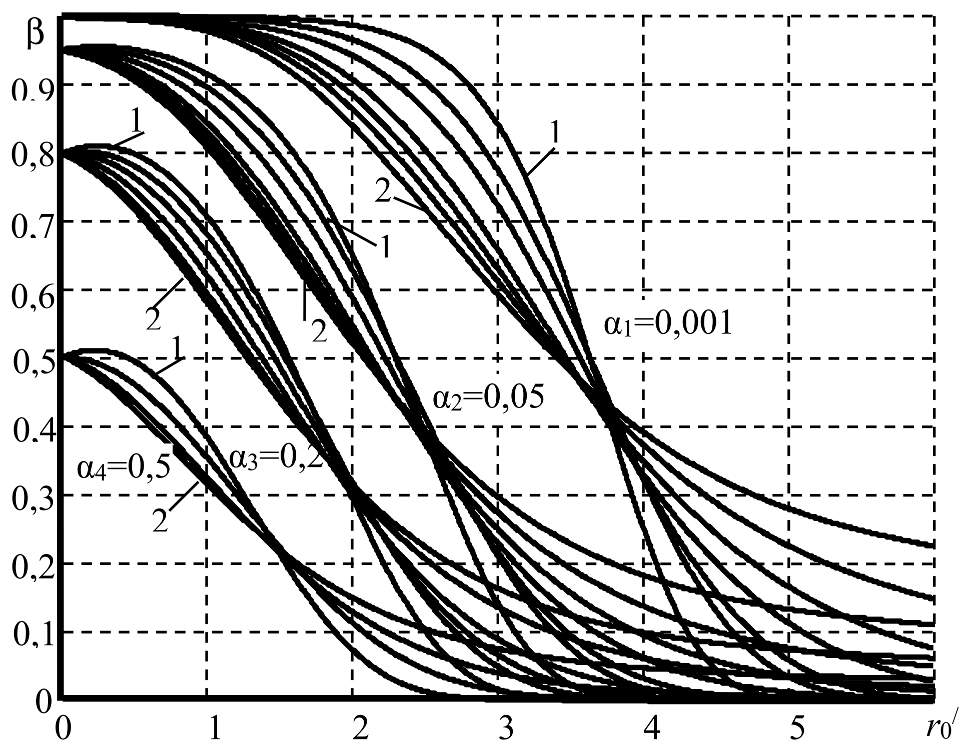

Рис. 2. Графики вероятности возникновения ошибки второго рода β от модуля расстояния между альтернативной и нулевой гипотезами при различных уровнях значимости α энтропийно-параметрического критерия

Все кривые, обозначенные на рис. 2 цифрой *1*, рассчитаны для угла $\varphi_0' = 0$, что соответствует координатам положения нулевой гипотезы $\eta_0' = 0$ и $\xi_0' = r_0' > 0$. Кривые, обозначенные цифрой *2*, рассчитаны для угла $\varphi_0' = \pi$, что соответствует координатам $\eta_0' = 0$ и $\xi_0' = -r_0' < 0$.

Из анализа графиков вероятности возникновения ошибки второго рода β от модуля расстояния между альтернативной и нулевой гипотезами (рис. 2) видим, что наиболее крутой спад вероятности β возникновения ошибки второго рода с увеличением расстояния r_0' происходит при углах φ_0', равных нулю. Это направление соответствует смещению альтернативной гипотезы в направлении контрэксцесса κ, равного нулю. Наиболее пологий спад вероятности β происходит при углах φ_0', равных π. В этом случае контрэксцесс альтернативной конкурирующей гипотезы смещается в направлении увеличения относительно нулевой гипотезы. При совпадении координат нулевой и альтернативной гипотез вероятность возникновения ошибки второго рода β равна вероятности совершения ошибки первого рода $(1 - \alpha)$, так как интегрирование проводится по одной и той же границе.

Вероятность ошибки второго рода β соответствует вероятности утверждения, что верна нулевая гипотеза H_0 при справедливой альтернативной гипотезе H_1. Вероятность ошибки второго рода β рассчитывается при заданной вероятности α появления ошибки первого рода, которая состоит в отклонении нулевой гипотезы H_0 при ее справедливости.

На практике для выявления эффекта вместо вероятности ошибки второго рода применяется мощностью критерия, равная вероятности противоположного события $(1 - \beta)$, которое состоит в утверждении, что ложная нулевая гипотеза верно отвергнута. Мощность – одна из основных характеристик статистического критерия, которая связана с количеством выборки результатов, уровнем значимости критерия, вероятностью ошибки второго рода [11, 13]. При планировании исследований очень полезен априорный анализ мощности, так как позволяет сформировать меру «расстояния» между нулевой H_0 и альтернативной H_1 гипотезами, необходимую для обнаружения эффекта. Если эффект меньше ожидаемого, то необходима оценка фактической мощности наблюдаемого эффекта для того, чтобы признать результат адекватным. Если мощность ниже требуемого уровня, то результат статистически незначим.

Графики зависимостей мощности энтропийно-параметрического критерия от модуля расстояния между альтернативной и нулевой гипотезами при различных уровнях значимости α критерия даны на рис. 3, где указаны кривые *1–7* при уровнях значимости 0,1; 1; 2; 5; 20; 50 % соответственно.

При проведении исследований принимается решение о существовании реального эффекта при статистической мощности не менее 0,8, что соответствует 80 % вероятности утверждения «Ложная нулевая гипотеза верно отвергнута».

Несмотря на явно выраженную зависимость скорости уменьшения вероятности β при увеличении расстояния между гипотезами r_0' от угла положения φ_0' нулевой гипотезы относительно альтернативной гипотезы, существуют характерные расстояния r_β' между гипотезами для заданного уровня значимости α энтропийного критерия, при которых вероятность возникновения ошибки второго рода практически не зависит от угла положения φ_0' гипотезы H_0. Для расчета расстояния r_β' при задании уровня значимости в указанном диапазоне получено аппроксимирующее выражение вида

$$r_\beta'(\alpha) = \sqrt{-2 \cdot \ln(\alpha)} \cdot \left(1 + C_0 \cdot \left(\exp(C_1 \cdot \alpha) - C_2\right)\right), \qquad (13)$$

где C_0, C_1 и C_2 – варьируемые коэффициенты: для распределения Лапласа $C_0 = 0{,}06$, $C_1 = 3{,}35$ и $C_2 = 1$; для нормального распределения $C_0 = 0{,}025$, $C_1 = 4{,}6$ и $C_2 = 1$; для равномерного распределения $C_0 = 0{,}0085$, $C_1 = 6{,}3$ и $C_2 = 4$.

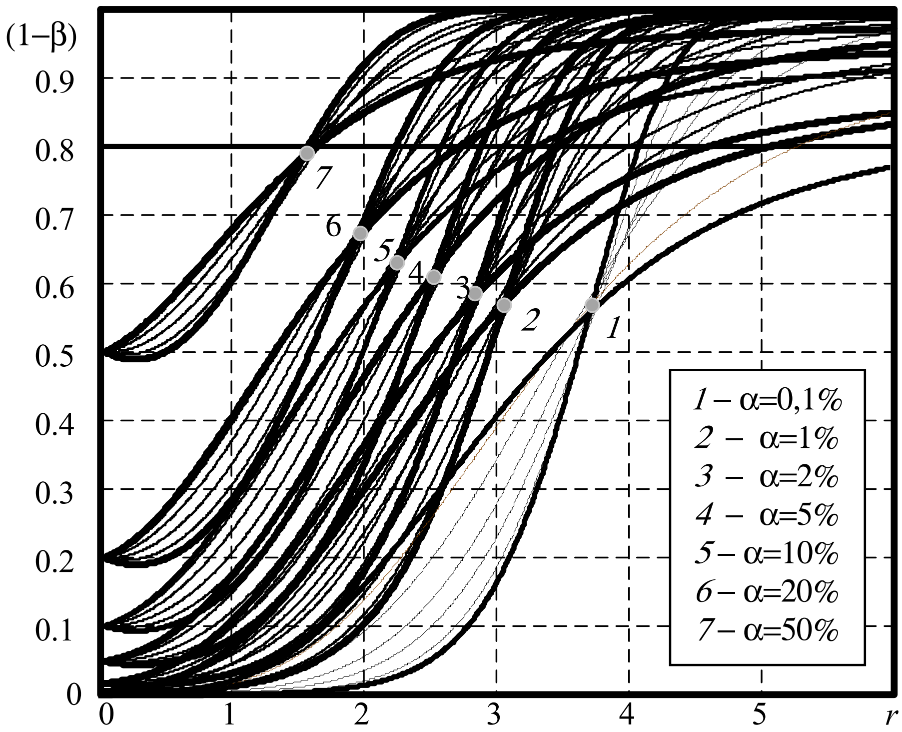

Рис. 3. Графики зависимости мощности (1 – β) энтропийно-параметрического критерия от модуля расстояния между альтернативной и нулевой гипотезами при различных уровнях значимости α критерия

Заключение

На основе анализа приведенного пространства, центрированного относительно альтернативной гипотезы H_1, получено выражение для расчета вероятности возникновения ошибки второго рода. В частности, установлена анизотропия мощности критерия в пространстве приведенных оценок ξ' и η' коэффициента энтропии и контрэксцесса, центрированных относительно альтернативной гипотезы. Найдены значения мощности $(1 - \beta(r'_\beta))$ критерия, при которых анизотропными свойствами приведенного пространства можно пренебречь. Получена приближенная зависимость расстояния r'_β от уровня значимости α, при которых мощность критерия (1 – β) не зависит от угла положения φ' нулевой гипотезы в центрированном относительно альтернативной гипотезы пространстве.

Полученные зависимости для мощности энтропийно-параметрического критерия расширяют статистические методы системного анализа сложного объекта и могут быть использованы как для его оптимизации и управления, так и для принятия управленческих решений на основе статистической обработки контролируемых параметров.

Список литературы

1. Соколов Г. А., Гладких И. М. Математическая статистика. М. : Экзамен, 2007. 431 с.

2. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. 816 с.
3. Hays W. Statistics. Cengage Learning, 1994. 848 p.
4. Полосин В. Г., Першенков П. П. Информационный способ проверки гипотез несимметричных распределений // Измерительная техника. 2013. № 12. С. 8–10.
5. Polosin V. G., Pershenkov P. P. Information – theoretic method for hypothesis testing with nonsymmetrical distributions // Measurement Techniques. 2014. Vol. 56, № 12. P. 1318–1322.
6. Полосин В. Г. Энтропийно-параметрический критерий проверки статистических гипотез // Современные проблемы отечественной медико-биологической и фармацевтической промышленности : тр. III Межунар. науч.-практ. конф. Пенза, 2013. С. 230–356.
7. Полосин В. Г. Энтропийно-параметрический критерий для проверки статистических гипотез // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2019. № 3. С. 31–44.
8. Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М. : Наука, 1973.
9. Cohen J. Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences. 2nd ed. Routledge, 1988. 590 p.
10. Лемешко Б. Ю., Лемешко С. Б., Постовалов С. Н. Мощность критерия согласия при близких альтернативах // Измерительная техника. 2007. № 2. С. 22–27.
11. Степанова М. Д. Проверка статистических гипотез. Минск : БГУИР, 2000. 36 с.
12. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л. : Энергоатомиздат, 1985. 284 с
13. Волчихин В. И., Иванов А. И., Пащенко Д. В., Ахметов Б. Б., Вятчанин С. Е. Перспектива создания циклической континуально-квантовой хи-квадрат машины для проверки статистических гипотез на малых тестовых выборках биометрических данных и данных иной природы // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2017. № 1. С. 5–15. doi:10.21685/2072-3059–2017-1-1

References

1. Sokolov G.A., Gladkikh I.M. *Matematicheskaya statistika = Math statistic*. Moscow: Ekzamen, 2007:431. (In Russ.)
2. Kobzar' A.I. *Prikladnaya matematicheskaya statistika. Dlya inzhenerov i nauchnykh rabotnikov = Applied mathematical statistics. For engineers and scientists*. Moscow: FIZMATLIT, 2006:816. (In Russ.)
3. Hays W. *Statistics*. Cengage Learning, 1994:848.
4. Polosin V.G., Pershenkov P.P. An informational method for testing hypotheses of asymmetric distributions. *Izmeritel'naya tekhnika = Measuring technology*. 2013;(12):8–10. (In Russ.)
5. Polosin V.G., Pershenkov P.P. Information – theoretic method for hypothesis testing with nonsymmetrical distributions. *Measurement Techniques*. 2014;56(12):1318–1322.
6. Polosin V.G. Entropy-parametric criterion for testing statistical hypotheses. *Sovremennye problemy otechestvennoy mediko-biologicheskoy i farmatsevticheskoy promyshlennosti: tr. III Mezhunar. nauch.-prakt. konf. = Modern issues of the domestic biomedical and pharmaceutical industry: proceedings of the 3rd International scientific and practical conference*. Penza, 2013:230–356. (In Russ.)
7. Polosin V.G. Entropy-parametric criterion for testing statistical hypotheses. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Engineering sciences*. 2019;(3):31–44. (In Russ.)
8. Kendall M., St'yuart A. *Statisticheskie vyvody i svyazi = Statistical inference and relationships*. Moscow: Nauka, 1973. (In Russ.)

9. Cohen J. *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences*. 2nd ed. Routledge, 1988:590.
10. Lemeshko B.Yu., Lemeshko S.B., Postovalov S.N. Power of goodness-of-fit test for close alternatives. *Izmeritel'naya tekhnika = Measuring technology*. 2007;(2):22–27. (In Russ.)
11. Stepanova M.D. *Proverka statisticheskikh gipotez = Testing statistical hypotheses*. Minsk: BGUIR, 2000:36. (In Russ.)
12. Novitskiy P.V., Zograf I.A. *Otsenka pogreshnostey rezul'tatov izmereniy = Estimation of errors in measurement results. Leningrad: Energoatomizdat*, 1985:284. (In Russ.)
13. Volchikhin V.I., Ivanov A.I., Pashchenko D.V., Akhmetov B.B., Vyatchanin S.E. The prospect of creating a cyclic continuum-quantum chi-square machine for testing statistical hypotheses on small test samples of biometric data and data of a different nature. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Engineering sciences*. 2017;(1):5–15. (In Russ.). doi:10.21685/2072-3059–2017-1-1

Информация об авторах / Information about the authors

Виталий Германович Полосин
доктор технических наук, доцент, профессор кафедры медицинской кибернетики и информатики, Пензенский государственный университет (Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

Vitaliy G. Polosin
Doctor of engineering sciences, associate professor, professor of the sub-department of medical cybernetics and informatics, Penza State University (40 Krasnaya street, Penza, Russia)

E-mail: polosin-vitalij@yandex.ru

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию / Received 17.12.2021

Поступила после рецензирования и доработки / Revised 25.12.2021

Принята к публикации / Accepted 15.01.2022